УДК 537.874.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ СТРУКТУРАМИ, СОСТАВЛЕННЫМИ ИЗ НЕСКОЛЬКИХ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРОВОДНИКОВ

Ю.А. Келлер

Томский государственный университет
E-mail: kua1102@fpmk.tsu.ru

На основе метода вспомогательных источников построен численный алгоритм решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, составленных из конечного числа непересекающихся тонких проводников. Построенный алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета характеристик рассеяния ряда структур, отличающихся взаимным расположением проводников. Исследовано влияние взаимного расположения проводников на бистатические сечения рассеяния рассмотренных структур, а также на распределения тока вдоль проводников.

Теория возбуждения и рассеяния электромагнитных волн тонким проводником родилась давно [1]. На начальном этапе эта теория была порождена запросами антенной техники. Однако, начиная с середины 60-х гг. прошлого века, исследователи начинают уделять всё большее внимание анализу рассеивающих свойств тонких проводников. Интерес к подобным исследованиям был обусловлен потребностями создания объектов с заданными рассеивающими свойствами. Наиболее распространенным методом решения как задач возбуждения тонкого проводника, так и задач рассеяния на нём, является метод интегральных уравнений (см., например, [2–4]). Если рассеивающая структура состоит из нескольких проводников, то решение рассматриваемых задач сводится к решению системы нейтральных уравнений, порядок которой равен числу проводников в структуре. В данной работе для решения задач рассеяния на структурах, содержащих тонкие проводники, использован вариант метода вспомогательных источников, который позволяет исключить этап построения системы интегральных уравнений, тем самым упрощая процесс решения задачи и снижая затраты в использовании компьютерных ресурсов. Даны математическая формулировка варианта и краткое описание возможностей реализованной на его основе программы для расчёта распределений тока вдоль проводников и характеристик рассеянного поля различных структур. Приведены результаты численных результатов, характеризующих взаимное влияние проводников на распределение тока вдоль них и бистатические сечения рассеяния (БСР).

1. Формулировка задачи и метод её решения

Геометрия задачи показана на рис. 1. Будем рассматривать стационарную (зависимость от време-

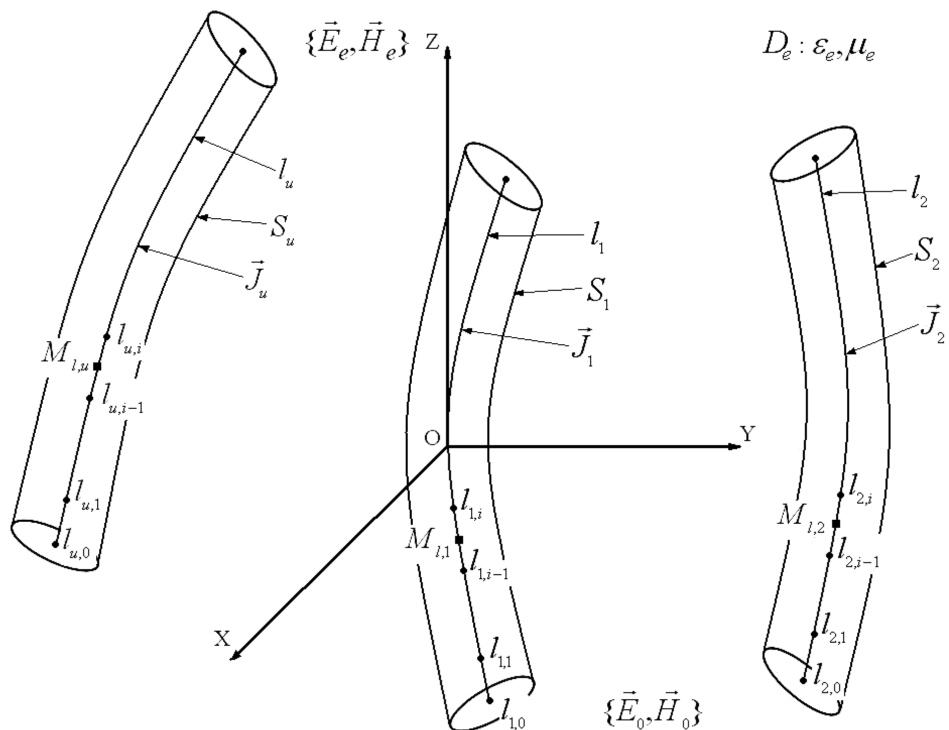


Рис. 1. *Геометрия задачи*

ни выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$, задачу дифракции электромагнитного поля $\{\vec{E}_0,\vec{H}_0\}$ на структуре, состоящей из U непересекающихся проводников, ограниченных поверхностями S_u (u=1,2,...,U) и расположенных произвольным образом по отношению друг к другу. Под тонким проводником будем понимать идеальный проводник круглого сечения, диаметр которого мал по сравнению с длиной волны и длиной проводника. Эта структура размещена в однородной безграничной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_e и μ_e соответственно в декартовой системе координат с началом отсчета, лежащем внутри проводника с порядковым номером u=1. Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e,\vec{H}_e\}$ в области D_e.

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$[\nabla,\vec{E}_e]=i\omega\mu_e\vec{H}_e,\quad [\nabla,\vec{H}_e]=i\omega\varepsilon_e\vec{E}_e \qquad (1)$$

в области D_e,

$$[\vec{n}_u,\vec{E}_e]=-[\vec{n}_u,\vec{E}_0] \qquad (2)$$

на поверхностях S_u, где u=1,2,...,U,

$$[\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e,\vec{R}/R]+\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e=O(R^{-1}),$$
$$[\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e,\vec{R}/R]-\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e=O(R^{-1}) \qquad (3)$$

при $R\to\infty$. Здесь $\vec{n}_u$ – единичные векторы нормалей к поверхностям S_u проводников, $R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Решение сформулированной выше задачи получим следующим образом. Разместим (рис. 1) внутри каждого из тонких проводников на его оси непрерывно распределенный вспомогательный ток $\vec{J}_u$. Представим неизвестное рассеянное поле $\{\vec{E}_e,\vec{H}_e\}$ в области D_e в виде суммы полей введенных вспомогательных токов:

$$\vec{E}_e(M)=\frac{i\omega}{k_e^2}\sum_{u=1}^{U}[\nabla,[\nabla,\vec{\Pi}_u]],$$
$$\vec{H}_e(M)=\frac{1}{\mu_e}\sum_{u=1}^{U}[\nabla,\vec{\Pi}_u],$$
$$\vec{\Pi}_u=\int_{l_u}\Psi_e(M,M_{l,u})\vec{J}_u dl. \qquad (4)$$

Здесь $k_e=\omega\sqrt{\varepsilon_e\mu_e}$, $\Psi_e(M,M_{l,u})=(4\pi R_{M,M_{l,u}})^{-1}\exp(ik_eR_{M,M_{l,u}})$; $R_{M,M_{l,u}}$ – расстояние от точек $M_{l,u}$ на оси проводников до точки наблюдения M в области D_e; $\vec{J}_u$ – неизвестные осевые вспомогательные токи, u=1,2,...,U; интегрирование проводится вдоль осевых линий проводников; l_u – осевая линия проводника с номером u.

Поле (4) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3) в области D_e. Для того, чтобы удовлетворить граничному условию (2), необходимо соответствующим образом выбрать осевые вспомогательные токи $\vec{J}_u$ (u=1,2,...,U).

Введем кусочно-постоянную аппроксимацию осевых токов. Разобьем линию l_u каждого тока $\vec{J}_u$ на N_u малых участков, в пределах каждого из которых ток можно считать постоянным. Тогда выражение для $\vec{\Pi}_u$ в (4) приближенно можно записать в виде

$$\vec{\Pi}_u=\sum_{i=1}^{N_u}J_{u,i}\vec{e}_{u,i}\int_{l_{u,i-1}}^{l_{u,i}}\Psi_e(M,M_{l,u})dl, \qquad (5)$$

где $J_{u,i}$ – ток на i-ом участке проводника с номером u, $\vec{e}_{u,i}$ – единичный вектор, направление которого совпадает с направлением касательной в средней точке рассматриваемого участка. При таком подходе нахождение неизвестных распределений осевых токов сводится к нахождению $\sum_{u=1}^{U}N_u$ элементов тока.

Для определений значений элементов тока используем граничные условия (2), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокаций. Пусть M_j (j=1,2,...,L_u) – точки коллокации на поверхности S_u; L_u – число точек коллокации на S_u. В силу предположения о малости диаметра проводника по сравнению с длиной проводника и длиной волны будем считать, что вкладом в рассеянное поле азимутальных составляющих токов на поверхностях тонких проводников можно пренебречь. Тогда для нахождения неизвестных элементов токов $J_{u,i}$ (u=1,2,...,U; i=1,2,...,N_u) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей размерности $(\sum_{u=1}^{U}L_u)\times(\sum_{u=1}^{U}N_u)$:

$$E^j_{e,u,l}=-E^j_{0,u,l},\quad u=1,2,\ldots,U,\quad j=1,2,\ldots,L_u, \qquad (6)$$

где $E^j_{e,u,l}$ и $E^j_{0,u,l}$ – значения электрических компонент рассеянного (4) и возбуждающего полей вдоль оси проводника с номером u в точках коллокации на его поверхности.

Решение системы (6) определяется путём минимизации функционала

$$\Phi=\sum_{u=1}^{U}\sum_{j=1}^{L_u}|E^j_{e,u,l}+E^j_{0,u,l}|^2. \qquad (7)$$

После решения задачи минимизации (определения неизвестных элементов тока $J_{u,i}$ (u=1,2,...,U; i=1,2,...,N_u) необходимые характеристики рассеянного поля определяем из (4). В частности, для компонент рассеянного поля в дальней зоне имеем

$$E_{e,\theta}(M)=(\mu_e/\varepsilon_e)^{1/2}H_{e,\varphi}(M)=$$
$$=(\exp(ik_eR)/k_eR)D_\theta(\theta,\varphi)+O(R^{-2}),$$
$$E_{e,\varphi}(M)=-(\mu_e/\varepsilon_e)^{1/2}H_{e,\theta}(M)=$$
$$=(\exp(ik_eR)/k_eR)D_\varphi(\theta,\varphi)+O(R^{-2}), \qquad (8)$$

где R – расстояние от начала системы координат до точки наблюдения M, а $D_\theta(\theta,\varphi)$, $D_\varphi(\theta,\varphi)$ – компоненты диаграммы рассеяния, определяемые выражениями

$$D_\theta(\theta,\varphi)=\sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{N_u}\tilde{J}_{u,i}(\cos\theta\cos\varphi\cos\alpha_{u,i}+$$
$$+\cos\theta\sin\varphi\cos\beta_{u,i}-\sin\theta\cos\gamma_{u,i})I_{u,i},$$
$$D_\varphi(\theta,\varphi)=\sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{N_u}\tilde{J}_{u,i}(-\sin\theta\cos\alpha_{u,i}+$$
$$+\cos\varphi\cos\beta_{u,i})I_{u,i}, \qquad (9)$$

где $\widetilde{J}_{u,i}=\mathrm{i}\omega J_{u,i}$ ($u=1,2,...,U; i=1,2,...,N_u$) – решение системы (6), $\cos\alpha_{u,i}$, $\cos\beta_{u,i}$, $\cos\gamma_{u,i}$ – направляющие косинусы единичного вектора $\vec{e}_{u,i}$, θ и φ – общепринятые угловые сферические координаты точки наблюдения M, а интеграл $I_{u,i}$ имеет следующий вид:

$$I_{u,i} = \int\limits_{k_e l_{u,i-1}}^{k_e l_{u,i}} \exp\{-i(\sin\theta\cos\varphi k_e x_{l,u} + \\ +\sin\theta\sin\varphi k_e y_{l,u} + \cos\theta k_e z_{l,u})\} d(k_e l),$$

где $k_e x_{i,u}$, $k_e y_{i,u}$, $k_e z_{i,u}$ – координаты на оси проводника, по которым проводится интегрирование.

Данный метод, как и другие варианты метода вспомогательных источников, позволяет осуществлять апостериорную оценку точности полученного решения. В качестве величины, характеризующей точность, выберем значение относительной нормы невязки граничных условий на поверхностях всех проводников S_u в точках, промежуточных по отношению к точкам коллокации

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad \Phi_0 = \sum_{u=1}^{U}\sum_{j'=1}^{L'_u} | E_{0,u,l}^{j'} |^2, \qquad (10)$$

где Φ' – значение функционала (7) на указанной выше совокупности точек; Φ_0 – значение нормы падающего поля на этой же совокупности точек; L'_u – число промежуточных точек на поверхности проводника с номером u.

2. Численные результаты

На основании изложенного выше метода создана компьютерная программа для расчета компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения для структур, конфигурация которых представлена на рис. 2–4.

Первая структура (рис. 2) представляет собой одиночный прямолинейный проводник длиной L_1, расположенный в декартовой системе координат OXYZ таким образом, что его осевая линия направлена вдоль оси OZ, а середина осевой линии совпадает с началом системы координат. Вторая структура (рис. 3) состоит из двух параллельных проводников длиной L_1 и L_2 с осевыми линиями, направленными вдоль оси OZ, расположенных на

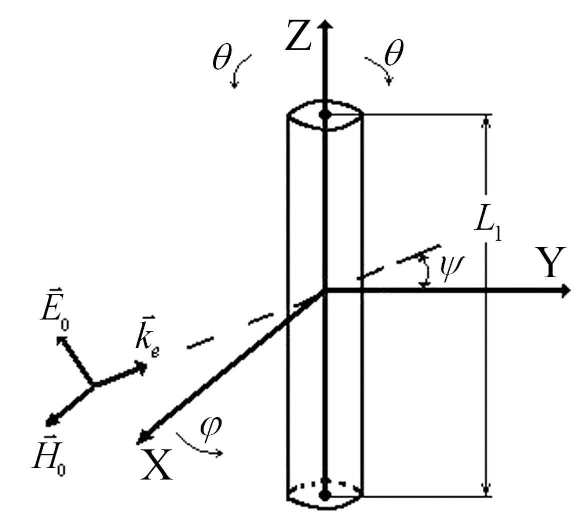


Рис. 2. *Одиночный проводник*

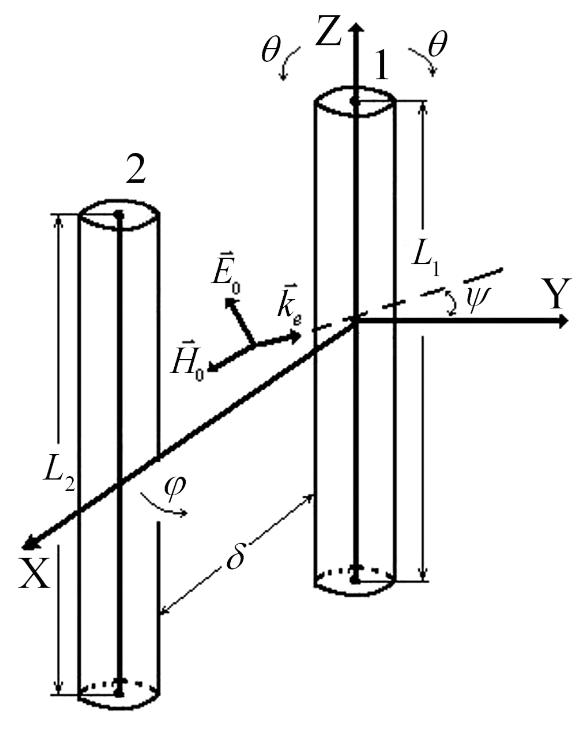


Рис. 3. *Два параллельных проводника*

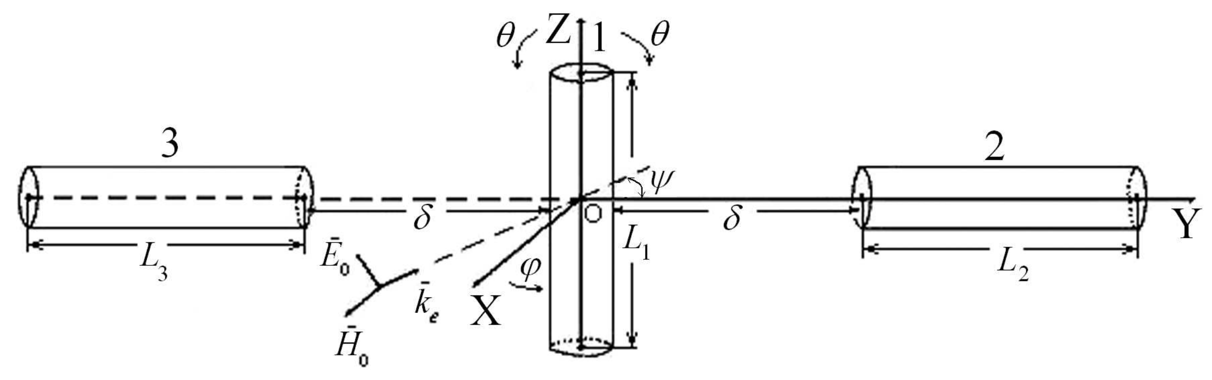


Рис. 4. *Структура из взаимно ортогональных проводников*

расстоянии δ друг от друга; середина осевой линии второго проводника расположена на оси OX. Третья структура (рис. 4) состоит из взаимно ортогональных проводников. Осевая линия первого проводника этой структуры длиной L_1 ориентирована вдоль оси OZ, её середина совпадает с началом системы координат. Два других проводника длиной L_2 и L_3 расположены на одинаковых расстояниях δ от первого проводника таким образом, что их осевые линии направлены вдоль оси OY.

Входными величинами программы являются конфигурация структуры, поле $\{\vec{E}_0,\vec{H}_0\}$, длины и радиусы проводников, расстояние между проводниками, а также число элементов разбиения осевого тока N_u для каждого из проводников.

Минимизация функционала (7) осуществляется методом сопряженных градиентов; итерационный процесс останавливается при условии, если изменение функционала после выполнения очередной итерации не превышает 10^{-5}.

При помощи данной программы выполнена серия вычислений, направленных на выяснение влияния числа элементов разбиения осевого тока на величину невязки граничных условий, на сравнение получаемых результатов с результатами других авторов, а также на оценку взаимного влияния проводников на распределения тока вдоль них и БСР составленных из них структур. Некоторые результаты представлены ниже.

Предполагается, что структуры возбуждаются таким образом, что векторы $\vec{E}_0$ и $\vec{k}_e$ лежат в плоскости ZOY и вектор $\vec{k}_e$ образует с осью OY угол ψ (как показано на рис. 2–4). Предполагается также, что радиус проводников во всех случаях равен $0{,}02\lambda$, где λ – длина возбуждающей волны.

На рис. 5 представлены результаты сравнения распределения осевого тока вдоль одиночного проводника длиной $L=\lambda$ при угле падения плоской волны ψ=30°.

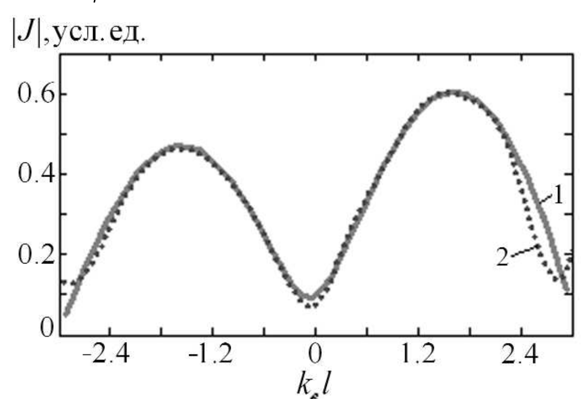


Рис. 5. *Распределение осевого тока вдоль проводника длиной $L=\lambda$*

По оси абсцисс отложена координата точки на оси проводника, а по оси ординат – значение тока в этой точке в условных единицах. Кривая 1 – результаты, полученные данным методом, кривая 2 – результаты из работы [5] (получены методом интегральных уравнений). При получении кривой 1 линия тока разбита на 40 участков. При данном числе разбиений значение невязки равно 0,284. Как показывают эти кривые, имеет место хорошее совпадение сравниваемых результатов. Незначительные наблюдаемые отличия можно объяснить ошибками при графическом съёме информации с рисунка работы [5], а также погрешностями вычислений как данным методом, так и методом интегральных уравнений.

Результаты, представленные на рис. 6–9, позволяют оценить взаимное влияние параллельных проводников на токовые распределения и БСР. Исследования такого рода представляют интерес для теории и техники проволочных (вибраторных) антенн, а также для оценки радиолокационной заметности объектов, содержащих такие провода. Оценка взаимного влияния проводников осуществлялась путём сравнения токов распределений вдоль проводников и БСР структур, состоящих из двух (рис. 3) параллельных проводников, с соответствующими характеристиками для одиночного проводника (рис. 2).

Рис. 6 и 7 характеризуют распределение токов вдоль оси проводников длиной $L=\lambda$, расположенных очень близко (δ=0,0016λ) и достаточно далеко (δ=3λ) друг от друга.

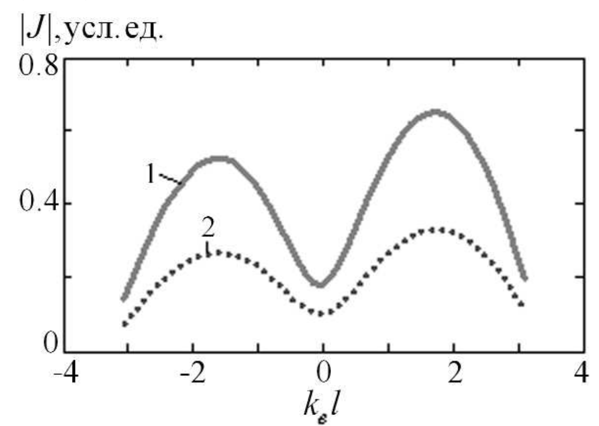


Рис. 6. *Распределение токов вдоль оси проводников длиной $L=\lambda$, расположенных на расстоянии δ=0,0016λ*

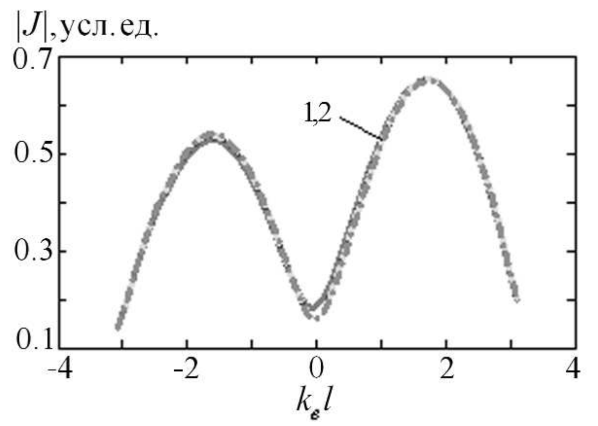


Рис. 7. *Распределение токов вдоль оси проводников длиной $L=\lambda$, расположенных на расстоянии δ=3λ*

Проводники возбуждаются плоской волной, падающей под углом ψ=30°. По оси абсцисс отложена координата точки на оси проводника, по оси ординат – значение тока в этой точке в условных единицах. Значение $k_e l$=0 соответствует середине проводников, значения $k_e l$>0 относятся к верхней части проводников, значение $k_e l$<0 – к нижней части проводников. Кривые 1 на рис. 6, 7 – распределение тока вдоль одиночного проводника; кривые 2 – распределение тока вдоль каждого из проводников системы из двух проводников (распределения одинаковы). Во всех случаях число элементов разбиения осевого тока выбиралось равным 40.

На рис. 8, 9 представлены БСР

$$\sigma(\theta,\varphi) = \lim_{R\to\infty}\{|E_{e,\theta}(\theta,\varphi)|^2 + |E_{e,\varphi}(\theta,\varphi)|^2\}/|\vec{E}_0|^2\} \quad (11)$$

тех же структур в полуплоскости φ=0° для взаимного расположения проводников: δ=0,0016λ (рис. 8) и δ=3λ (рис. 9).

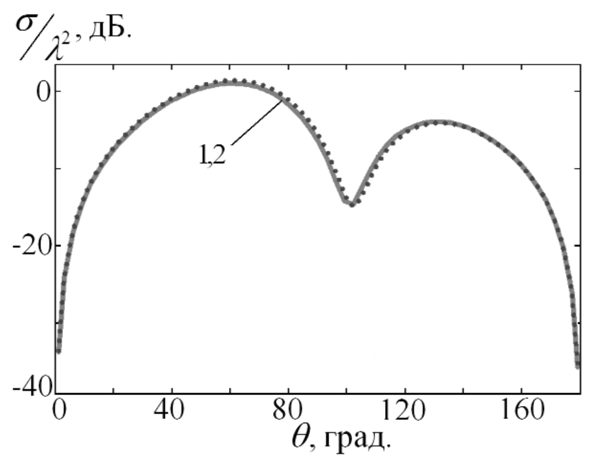


Рис. 8. *БСР структур, состоящих из проводников длиной $L=\lambda$, расположенных на расстоянии δ=0,0016λ*

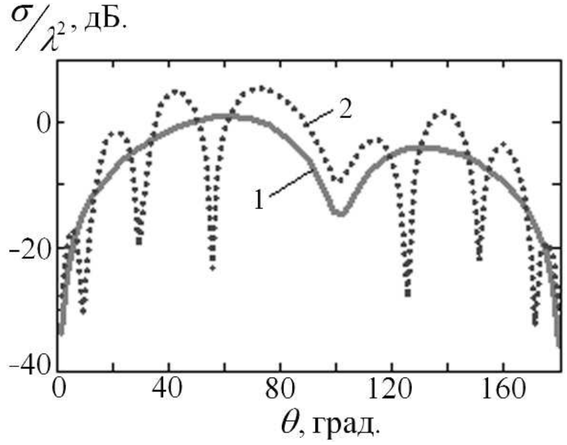


Рис. 9. *БСР структур, состоящих из проводников длиной $L=\lambda$, расположенных на расстоянии δ=3λ*

Структуры возбуждаются плоской волной, падающей под углом ψ=30°. На этих рисунках кривые 1 – БСР одиночного проводника (рис. 2), кривые 2 – БСР структуры из двух параллельных проводников (рис. 3).

Представленные на рис. 6–9 результаты расчётов позволяют сделать следующие выводы.

Если вблизи прямолинейного проводника находятся другие проводники, то распределение токов вдоль проводников существенно отличаются от распределения тока вдоль одиночного проводника (рис. 6). Если структура состоит из двух проводников, то распределение тока на обоих проводниках одинаковы. Отличие токовых распределений для структур проводников при расположении их близко друг к другу от распределения тока вдоль одиночного проводника объясняется сильным взаимодействием этих проводников. Однако, несмотря на существенные различия токовых распределений структур близко расположенных проводников от распределения тока вдоль одиночного проводника, БСР одиночного проводника и структур из двух проводников отличаются мало (рис. 8). Это говорит о том, что по отношению к рассеянному полю структура из близко расположенных параллельных проводников эквивалентна одному проводнику. Если проводники рассматриваемых структур находятся достаточно далеко друг от друга (в данном случае на расстоянии δ=3λ), то распределения токов вдоль проводников близки к распределению тока вдоль одиночного проводника (рис. 7). Это объясняется значительным уменьшением взаимодействия проводников структуры. В этом случае можно считать каждый проводник независимым рассеивателем, и рассеянное поле, следовательно, является суперпозицией полей, рассеянных каждым проводником, т.е. имеет интерференционную структуру, что и отражают результаты, рис. 9.

Результаты, представленные на рис. 10, 11, позволяют оценить взаимное влияние ортогональных проводников на токовые распределения и БСР. Как и в случае параллельных проводников, оценка взаимного влияния осуществлялась путём сравнения токовых распределений и БСР структуры, состоящей из перпендикулярных проводников (рис. 4) с соответствующими характеристиками для одиночного проводника (рис. 2). При проведении численных расчетов во всех случаях число элементов разбиения осевого тока выбиралось равным 40 на длину волны.

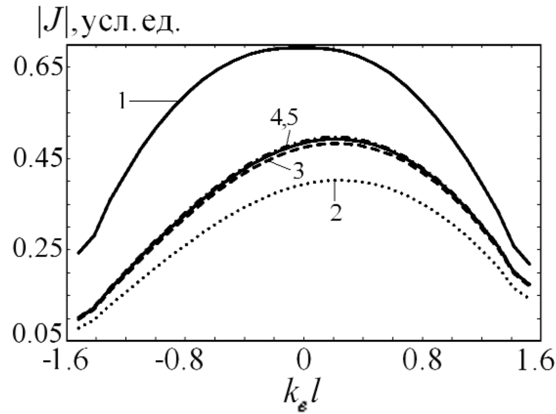


Рис. 10. *Распределение тока вдоль первого проводника структуры при падении плоской волны под углом ψ=30°*

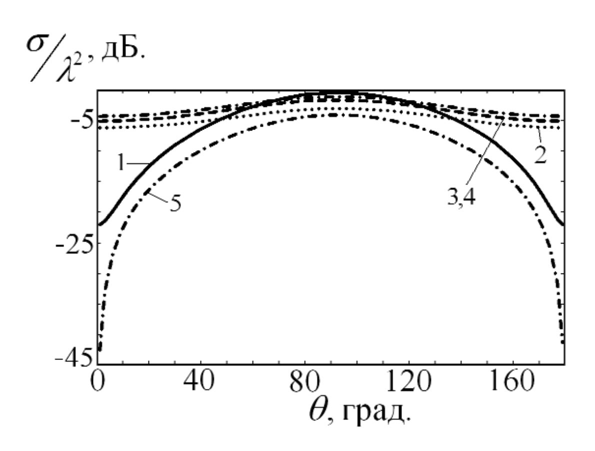


Рис. 11. *БСР структуры из взаимно перпендикулярных проводников при падении плоской волны под углом* ψ=30°

На рис. 10 показаны распределения токов вдоль первого проводника структуры, представленной на рис. 4 при падении плоской волны под ψ=30° и различных расстояниях между проводниками. Длина всех проводников структуры равна $\lambda/2$. Значение $k_e l$=0 соответствует середине проводников; значения $k_e l$>0 относятся к верхней части вертикального (первого) проводника структуры; значения $k_e l$<0 – к нижней части вертикального проводника.

Кривая 1 характеризует распределение тока вдоль вертикального (первого) проводника структуры при δ=0,05λ, кривая 2 – при δ=0,2λ, кривая 3 – при δ=0,8λ и кривая 4 – при δ=1,5λ, кривая 5 характеризует распределение тока вдоль одиночного вертикального проводника.

На рис. 11 изображены БСР в полуплоскости φ=0° рассматриваемой структуры для того же угла падения плоской волны и расстояний между проводниками. Обозначения кривых аналогичны рис. 10.

Выводы

На основе метода вспомогательных источников построен численный алгоритм и реализована компьютерная программа решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, составленных из конечного числа непересекающихся тонких проводников. Исследовано влияние взаимного расположения проводников на бистатические сечения рассеяния рассмотренных структур, а также на распределения токов вдоль проводников.

При наклонном падении волны к оси центрального проводника структуры падающая волна возбуждает как центральный проводник, так и расположенные рядом перпендикулярно к нему боковые проводники. В этом случае при малых расстояниях между проводниками (δ<0,2λ) токовые распределения на центральном проводнике зависят от расстояния; однако при расстояниях $\delta\geq$0,8λ токовые распределения на центральном проводнике структуры мало отличаются от распределения тока вдоль такого же одиночного проводника. Показано, что бистатические сечения рассеяния рассматриваемой структуры отличаются от таковых для одиночного проводника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вычислительные методы в электродинамике // Под ред. Р. Митры. Пер. с англ. – М.: Мир, 1977. – 138 с.
2. Richmond J.H. Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross Section Shape // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1965. – V. AP-13. – № 3. – P. 334–341.
3. Mei K.K. On the Integral Equations of Thin Wire Antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1965. – V. AP-13. – № 3. – P. 374–378.
4. Лифанов И.К., Ненашев А.С. Новый подход к теории тонких проволочных антенн // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8. – № 5. – С. 25–41.
5. Harrington R.F. Time-Harmonic Electromagnetic Fields. Ch. 3. – N.Y.: McGraw-Hill, 1961. – P. 358–359.